

Las matemáticas: sus modelos y variables

Leoncio Ibarra M.

Departamento de Matemáticas y Física

Universidad Autónoma de Aguascalientes

¿Qué son las matemáticas?

Las matemáticas se pueden concebir como la ciencia que propone y aplica modelos abstractos, los cuales a su vez son construidos en términos de relaciones precisas entre variables con al menos escala ordinal para las características de interés correspondientes, luego la diversidad de variables y de sus relaciones entre ellas, explica la variedad de modelos y de ramas de las matemáticas.

Aplicar las matemáticas: un gran reto

La mayoría de los estudiosos de las matemáticas se centran en el conocimiento de las relaciones entre las variables involucradas en cada uno de los modelos posibles. Son pocos los que aplican esos modelos...

Los que sólo estudian los modelos, en general: asumen una actitud crítica respecto de su construcción formal, pero no respecto a su aplicabilidad, digamos que se fascinan con ellos como si fueran obras de arte y en todo caso, llegan a concluir: “siendo matemáticas es probable que alguien luego las aplicará”...

El proceso de aplicar los modelos tiene algunas particularidades que viene al caso subrayar en los siguientes incisos a fin de que se note que la naturaleza

de las variables cuantificables involucradas en cada modelo influye más de lo que habíamos imaginado:

a). Cuando se quiere implementar computacionalmente un modelo, las variables que de origen eran continuas o infinitas, deberán discretizarse, pues todas las computadores sólo trabajan con variables discretas, no hay otra alternativa. Esto es: **después de hablar de geometrías diferenciables y continuas, debemos finalmente tratar con las geometría de puntos finitos...** *What?*

b). Al hacer una revisión crítica, de los valores posibles de las variables o del propio modelo: o NO contamos con instrumentos de medición con un buen grado de aproximación, o nos vemos en la penosa necesidad de incluir variables aleatorias en la formulación del modelo; entonces, debemos de aceptar que algunas de las variables no sólo NO son determinísticas sino también NO exactas, luego debemos conocer y aplicar técnicas del análisis numérico a fin de minimizar la propagación del error, si es que el modelo involucra un buen número de errores que son acumulables; y lo correspondiente de probabilidad y de estadística, dado el carácter aleatorio de las variables involucradas. Esto es: **después de creer en un mundo mecánico y exacto, resulta que finalmente el universo también juega a los dados y la aproximación es lo de hoy...** *What?*

c). Conforme se vayan agregando más variables a fin de completar el modelo, a la par que ya no es tan sencillo tener relaciones precisas entre las variables, o el modelo en definitiva se va complicando a un grado extremo, luego la mejor estrategia es respetar algunas relaciones básicas y los demás valores de las variables se vayan generando de acuerdo a su modelo de probabilidad y atendiendo a lo que establece la simulación al respecto. Esto es llegar aceptar que es descabellado pretender una formulación analítica completa del modelo, y para el caso, la mejor estrategia a la fecha sería identificar algunas reglas o relaciones básicas y que el azar y el tiempo aceleradamente simulado nos dé las respuestas sobre la evolución del modelo y la realidad que representa. Esto es: **se llega al punto de que el modelo determinístico es más complicado que la realidad o que pretenderlo no es una tarea a corto plazo... luego es mejor prescindir de él, prefiriendo otro formulado en términos aleatorios, si bien menos completo y preciso, sí más práctico...** *What?*

d). Como ya se puede inferir, el proceso de aplicar los modelos es más complicado de lo al principio parece, otra complicación derivada más de nuestra personalidad que del modelo, es cuando la solución dada por el modelo

es por demás simplificada, aún cuando el modelo pudiera ser complicado en su formulación, y aplicarla tal cual, si bien es sencillo, no siempre es lo más adecuado. Esto es: **llegar al punto de acostumbrarnos a resolverlo todo con modelos simples, digamos, lineales de una o n-variables explicativas, cuando sabemos que no es cierto o la realidad a la que nos estamos enfrentando no es así, pero reconociendo que resulta cómodo asumirlo, y si nos ha funcionado, entonces... ¿para qué revisar críticamente la aplicabilidad acertada del modelo?. Se asume que el modelo debe ser bueno, algún valor debe tener, si no directo sí indirectamente; es decir, cualquier modelo por *maleta* que sea es formativo... ¿será?**

e). Las aplicaciones realmente interesantes, en la mayoría de los casos, requieren un uso intensivo o recursivo del modelo, y pretender hacerlo en papel o a mano no sería lo más práctico, luego la implementación computacional es inevitable lo mismo que el trabajo en equipo. Esto es: **llegar a descubrir que las máquinas en algunas tareas son superiores a cualquier individuo, y que la suma de las inteligencias no es aritmética, y que por lo tanto para aplicar algunos modelos debemos apoyarnos en las máquinas y en la suma de inteligencias... *What?***

Clasificación e importancia de las matemáticas

Hay muchas maneras de clasificar las matemáticas y de evaluar su importancia. Una clasificación de las matemáticas, poco conocida y complicada, sería por el tipo de relaciones entre las variables de cada modelo, otra clasificación sería por el tipo de sus modelos. Tampoco las clasificaciones tienen que ser sin traslapes; es decir, para ciertos fines, como en este caso, es posible tolerar una clasificación con traslapes.

Respecto a la importancia de una rama de las matemáticas o de sus modelos correspondientes, es común creer en su importancia sólo porque guarda relación con los modelos que yo prefiero o más conozco. Es más objetivo defender la importancia de un modelo o afirmar que un modelo es mejor que otro si a una parte de realidad de interés la representa o reproduce mejor, si con él podemos hacer mejores explicaciones, predicciones o transformaciones de esa realidad, entonces, bajo esta perspectiva las disciplinas orientadas hacia modelos con variables cualitativas, en algunos casos, podrían justificarse o preferirse.

En este escrito sólo nos fijaremos en la naturaleza de las variables involucradas en los modelos objeto de estudio de las matemáticas; este es un referente más definido, que caer en la discusión de que si un modelo de las matemáticas es puro o aplicado, ya que si alguno lo es puede pasar a ser lo otro. En todo caso, **proponemos que la formación de un matemático no está completa si no conoce una muestra representativa de modelos que involucren a todas las variables conocidas, y creemos que dentro de lo que se llame formación básica de un matemático se debe evitar privilegiar sólo a una clase de modelos, y por lo tanto se deberá incluir el conocimiento de modelos tanto clásicos como discretos. Pero, ¿qué tanto de modelos clásicos y qué tanto de modelos discretos? En teoría debería ser igual, 50 y 50; pero en la práctica los planes de estudio están atiborrados de modelos clásicos, el pensamiento *discreto* no goza a la fecha de *tradicición*.**

¿Qué son las matemáticas discretas?

Pretendo exponer de manera muy sintética, la visión de dos grandes ramas de las matemáticas en términos de las variables que típicamente están involucradas en sus modelos correspondientes, para que finalmente se evalúe lo que son las matemáticas discretas en su exacta dimensión.

Las matemáticas clásicas

Las matemáticas clásicas las definiremos como las que proponen y aplican modelos abstractos cuyas variables cuantificables son regularmente de los siguientes tipos:

- a) Exactas, o
- b) Continuas, o
- c) Infinitas, o
- d) Determinísticas .

A). UNA VARIABLE ES EXACTA, si cada uno de sus valores posibles se pueden conseguir mediante un procedimiento o algoritmo que consista de un número finito de pasos y el valor obtenido coincida con el valor teórico o ideal, o en el peor de los casos, el error asociado es prácticamente despreciable. Es decir, no tenemos duda de que cada salida del procedimiento

o algoritmo correspondiente está bien definida y satisface adecuadamente nuestras expectativas o necesidades prácticas respectivas.

B). Si UNA VARIABLE ES CONTINUA en un intervalo, entonces siempre podemos pensar o justificar que entre sus valores posibles del intervalo, siempre puede haber dos valores de ella tan cercanos como se quiera o sea necesario; o bien, más precisamente, para cualesquier dos de sus valores posibles siempre existe un valor intermedio, todos tomados en el mismo intervalo, y por lo tanto, la cantidad de sus valores posibles en ese intervalo será interminable o no definida.

C). UNA VARIABLE ES INFINITA, si vislumbramos o aceptamos que ésta tiene una cantidad interminable de valores posibles, o más formalmente, podemos demostrar que hay al menos un subconjunto de los valores posibles de la variable, que sin ser el total, tiene tantos valores como el conjunto total de los valores posibles de la variable, es decir, se puede establecer un función biyectiva entre ellos, o sea entre un subconjunto propio y el conjunto total de los valores posibles de la variable.

D). UNA VARIABLE ES DETERMÍNISTICA, si sus valores posibles son predecibles, después de haber estudiado usualmente en un corto plazo y frecuentemente a tan sólo una pequeña cantidad de ellos, o más bien, hemos podido descubrir las relaciones entre sus valores y algunos otros valores mediante las cuales es posible predecir sus valores posibles y el error asociado a la predicción es despreciable o tolerable para el logro de la mayoría de los propósitos prácticos asociados.

Las matemáticas discretas

Las matemáticas discretas son aquellas que proponen y aplican modelos abstractos cuyas variables cuantificables son regularmente de los siguientes tipos:

- A) Inexactas pero aproximadas, o
- B) Discontinuas y discretas, o
- C) Finitas, o
- D) Aleatorias.

En general, las matemáticas más conocidas, como la geometría analítica, el cálculo diferencial e integral, las ecuaciones diferenciales, etc. las podemos ubicar convencionalmente en la primera gran rama referida como las matemáticas clásicas. Por otra parte, el análisis numérico, una parte de la

probabilidad y la estadística, la simulación discreta, una parte de la investigación de operaciones, una gran parte las matemáticas financieras, la combinatoria, la teoría de juegos, la teoría de grafos y redes, máquinas de estados finitos, una parte de la teoría de números, una parte del álgebra moderna, álgebra booleana, codificación, análisis de algoritmos, funciones numéricas discretas y funciones generatrices, diseños combinatorios, geometrías finitas, lógica, teoría de conjuntos finitos, optimización combinatoria, lenguajes formales, modelos o procesos estocásticos, etc., las podemos ubicar convencionalmente en la segunda gran rama llamada matemáticas discretas. Obviamente habrá matemáticas que no será fácil ubicarlas en una sola gran rama, en todo caso serán tanto clásicas como discretas, o dependiendo de la subrama o área o tema en turno, serán más una que de la otra, pero las que claramente se puedan ubicar en la gran rama de las matemáticas discretas, se están presentando como matemáticas discretas, las que no, conservarán su nombre de origen, como por ejemplo: la investigación de operaciones, la estadística, la probabilidad y la simulación, pues son más bien híbridas.

A). UNA VARIABLE ES INEXACTA PERO APROXIMADA, o simplemente aproximada, si cada uno de sus valores exactos posibles sólo se podrían conseguir mediante un procedimiento o algoritmo que consista de un número infinito de pasos; pero como NO hay persona o máquina que realice tal infinidad de pasos, entonces, debemos aceptar o resignarnos para cada valor exacto inalcanzable con un valor inexacto pero aproximado, el cual es el resultado de un procedimiento finito o del algoritmo infinito truncado, siendo el error asociado tolerable; que podamos garantizar que es menor que un valor determinado, o mejor aún, que el error pueda minimizarse cada vez que sea necesario o requerido por nuestras exigencias prácticas.

B). UNA VARIABLE ES DISCONTINUA Y DISCRETA, o simplemente es discreta, si todos sus valores son múltiplo de una unidad mínima, llamada grado de aproximación, y por lo tanto, no podemos pensar o justificar que siempre hay o pueda haber dos valores tan cercanos como se quiera o sea necesario, y por tanto NO hay una infinidad no numerable de posibles valores para la variable. Al proponer un modelo que asuma continuidad entre variables que realmente son discretas es incurrir en un abuso que puede ser tolerable o NO.

Las matemáticas discretas son particularmente respetuosas del carácter discreto de las variables. De hecho, así como en la física la mayoría de las variables se asumen continuas, en el ámbito de la computación las variables en su mayoría son discretas, luego las ramas tradicionales o clásicas

de las matemáticas es a la física, como las matemáticas discretas es a la computación.

C). UNA VARIABLE ES FINITA, si NO vislumbramos o NO aceptamos que la variable tiene una cantidad interminable valores posibles, y es insostenible el hecho de que exista un subconjunto específico de los valores posibles de la variable contenido propiamente en el conjunto total de los valores posibles de la variable, que tenga tantos valores (en número) como en él (conjunto total), o sea, sólo hay una cantidad definida de valores posibles, habiendo siempre menos valores en cualquier subconjunto contenido propiamente, que los habidos en el conjunto total.

D). UNA VARIABLE ES ALEATORIA, si NO es determinística, (lo cual significa, que sus valores posibles NO son predecibles, aún cuando tengamos el mayor control posible sobre el experimento que los produce, después de haber estudiado usualmente en un corto plazo y frecuentemente a tan sólo una pequeña cantidad de ellos, o más bien, NO hemos podido descubrir: las relaciones entre sus valores y algunos otros mediante las cuales sea posible predecir sus valores posibles y el error asociado a la predicción sea despreciable o tolerable para el logro de la mayoría de los propósitos prácticos asociados). O bien remitirse a la definición matemática de variable aleatoria, como aquella, cuya imagen inversa se comporta de cierta manera, lo cual siendo estrictos, rompe con la concepción común al respecto.

Lo que se hace, desde el punto de vista de las matemáticas, es proponer para cada variable aleatoria un modelo de “regularidad aleatoria”, conocido como distribución de probabilidad de la variable, asumiendo un largo plazo o que tenemos una cantidad muy grande de los valores posibles de la variable. Es por ello que disciplinas como la estadística, la probabilidad y la simulación estrechamente relacionadas con el estudio de lo aleatorio, nos permiten decir algo o mucho a través de las distribuciones de probabilidad correspondientes.

A manera de conclusión:

Actualmente ya NO es posible seguir pensando que todos los modelos o todas las variables o todo en la realidad o en las matemáticas tiene carácter exacto o continuo o infinito o determinístico, y que por lo tanto, las únicas matemáticas a considerar son las que tratan tales aspectos, tenemos que aceptar que también hay otro tipo de modelos, de variables, otro lado de la realidad que en cierto modo es la negación de las características

mencionadas. Esta otra realidad aproximada, discontinua y discreta, finita, aleatoria, caótica, que es más extensa y común de lo que suponíamos, es modelada por las matemáticas DISCRETAS, ESTOCÁSTICAS, NUMÉRICAS, COMPUTACIONALES, RECURSIVAS, la estadística, la probabilidad, la computación y la simulación. Estamos ante el umbral de una nueva era. Al fin los paradigmas de la teoría matemática clásica e ideal, tienen una alternativa de revisión crítica.